

# Fixpunkte und Bifurkationspunkte

Sie haben gesehen, dass sich das Verhalten der logistischen Abbildung verändert, wenn der Parameter eine gewisse Grenze überschreitet. Sie sollen nun diese Grenzen an diesem Beispiel exakt berechnen.

## 1. Fixpunkte

Mit Fixpunkt bezeichnet man alle  $x$ -Werte welche durch die logistische Abbildung auf sich selbst abgebildet werden. Soll heissen, dass wenn man einen Fixpunkt in die Formel einsetzt, so ist das Ergebnis wiederum die eingesetzte Zahl.

- Suchen Sie die Zahlenwerte  $x$ , so dass wenn man diese in die Formel  $f(x)=r \cdot x \cdot (1-x)$  einsetzt, man wiederum  $x$  bekommt.
- In Ihrer Arbeit sollte eine anschauliche Erklärung eines Fixpunktes gegeben werden. Die Berechnung eines solchen Punktes sollte angedeutet werden.
- Wie sehen die Graphen (Zeitreihen) einer Iteration aus, wenn die Iteration einen Fixpunkt erreicht hat?

## 2. Bifurkationspunkte

Die Folge springt für einen genügend grossen Wert von  $r$  zwischen zwei Werten hin und her. Sie sollen herausfinden, ab welchem Parameterwert  $r$  genau, dieses hin- und zurückspringen anfängt.

Definition: Ein Parameterwert  $r$  bezeichnet man als *Bifurkationspunkt*, wenn das Verhalten der Iteration / der Abbildung in diesem Punkt das Verhalten ändert.

- Kann man das hin- und zurückspringen auch in einem Schritt erledigen? Für welche Funktion kann man dieses Hin- und Her auf einen Schritt vereinfachen?
- Kann man die Frage auch mit einer Fixpunktsuche vergleichen?

Für diese Aufgabe empfiehlt sich ein CAS-Programm zu benutzen.

Schlagen Sie im Internet nach, was ein Feigenbaumdiagramm ist. Was zeigt das Feigenbaumdiagramm genau? Was hat dies mit der logistischen Abbildung zu tun?

- Zeichnen Sie mit Hilfe von Excel ein eigenes Feigenbaumdiagramm.

